

۱- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

شماره دسته	۱	۲	۳	...	۲۹	۳۰
تعداد هر دسته	۱	۲	۳	...	۲۹	۳۰

$$1 + 2 + 3 + \dots + 29 = \frac{29 \times 30}{2} = 435$$

پس عدد اول دسته‌ی سی‌ام، عدد فرد ۴۳۶ است و عدد آخر آن (۴۳۵ + ۳۰ = ۴۶۵) عدد ۴۶۵ است.

$$a_n = 2n - 1$$

$$a_{436} + a_{465} = 2(436) - 1 + 2(465) - 1 = 1800$$

روش دوم:

شماره‌ی دسته	۲	۳	۴	۵
جمع جمله‌ی اول و آخر	۸	۱۸	۳۲	۵۰

با جمع جملات اول و آخر از جمله‌ی دوم داریم:

و مشخص است که رابطه‌ی مجموع جملات اول و آخر دسته‌ی n ام با شماره‌ی دسته به صورت زیر است:

$$\text{مجموع جملات اول و آخر} = 2n^2 \xrightarrow[\text{داریم}]{\text{برای دسته‌ی } 30 \text{ ام}} 2(30)^2 = 2 \times 900 = 1800$$

$$100 \leq 6K \leq 200 \Rightarrow 16/3 \leq K \leq 33/3$$

۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = 6 \times 17 = 102 \\ \Rightarrow a_n = 6 \times 33 = 198 \\ d = 6 \end{array} \right\} \Rightarrow a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow n = 17 \Rightarrow S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{17}{2} \times 300 = 2550$$

۳- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. اگر سه عدد a ، b و c تشکیل دنباله‌ی هندسی بدهند، داریم: $b^2 = ac$ با توجه به آن که اعداد $8-x$ ، x و $12+x$ سه جمله‌ی اول دنباله‌ی هندسی می‌باشند، پس:

$$x^2 = (12+x)(8-x) \Rightarrow x^2 = 96 - 12x + 8x - x^2 \Rightarrow 2x^2 + 4x - 96 = 0$$

$$x^2 - 2x - 48 = 0 \Rightarrow (x+8)(x-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -8 \\ x = 6 \end{cases}$$

اگر $x = -8$ باشد، اعداد به صورت ۱۶، -۸ و ۴ خواهد بود که در این صورت دنباله نه صعودی است و نه نزولی. ولی

$x = 6$ اعداد را به صورت ۲، ۶ و ۱۸ در خواهد آورد که یک دنباله‌ی هندسی نزولی با قدر نسبت $q = \frac{1}{3}$ است. در انتها

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} s_n = \frac{a_1}{1-q} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} s_n = \frac{18}{1-\frac{1}{3}} = \frac{18}{\frac{2}{3}} = 27$$

برای به دست آوردن حد مجموع جملات داریم:

$$a_5 = 3 \quad d = -\frac{1}{2} \quad a_1 + 4\left(-\frac{1}{2}\right) = 3 \Rightarrow a_1 = 5, \quad a_{10} = 5 - \frac{9}{2} = \frac{1}{2}$$

$$S_{10} = \frac{10}{2}(a_1 + a_{10}) \Rightarrow S_{10} = 5\left(5 + \frac{1}{2}\right) = \frac{55}{2} = 27.5$$

۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اول نسبت‌ها را به صورت ساده‌تری می‌نویسیم:

$$\cos(285^\circ) = \cos(270^\circ + 15^\circ) = \sin 15^\circ$$

$$\sin(255^\circ) = \sin(270^\circ - 15^\circ) = -\cos 15^\circ$$

$$\sin(525^\circ) = \sin(540^\circ - 15^\circ) = \sin 15^\circ$$

$$\sin(105^\circ) = \sin(90^\circ + 15^\circ) = \cos 15^\circ$$

$$\text{عبارت اصلی: } \frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \cos 105^\circ} = \frac{\sin 15^\circ - (-\cos 15^\circ)}{\sin 15^\circ - \cos 15^\circ}$$

با توجه به این که مقدار $\tan 15^\circ$ را داریم، صورت و مخرج کسر را بر $\cos 15^\circ$ تقسیم می‌کنیم:

$$\text{کسر} = \frac{\tan 15^\circ + 1}{\tan 15^\circ - 1} \xrightarrow{\tan 15^\circ = 0.28} \frac{0.28 + 1}{0.28 - 1} = \frac{1.28}{-0.72} = \frac{-16}{9}$$

۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم π رادیان برابر 180° درجه است، پس:

$$\frac{16\pi}{9} = \frac{16 \times 180}{9} = 16 \times 36 = 576$$

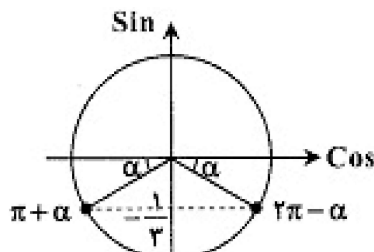
فاصله دو نفر بر حسب درجه: $576^\circ - 531^\circ = 45^\circ$ ، یعنی $\frac{1}{8}$ محیط دایره به قطر ۴۰ متر است.

$$\frac{1}{8}(2\pi R) = \frac{1}{8}(3/14) \times 40 = 3/14 \times 5 = 15/7$$

۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. به هر کمان مضارب از 2π ، افزوده شود مقدار نسبت‌های مثلثاتی تغییر نمی‌کند.

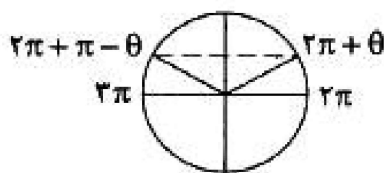
$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \operatorname{tg}(\pi + \alpha) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) \cos(\pi + \alpha) = -\operatorname{Cotg} \alpha \operatorname{tg} \alpha + (-\cos \alpha)(-\cos \alpha)$$

$$= -1 + \cos^2 \alpha = -\sin^2 \alpha$$



۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

با توجه به دایره‌ی مثلثاتی، دو مقدار θ وجود دارد. یکی در ربع سوم به صورت $\pi + \alpha$ و دیگری در ربع چهارم به صورت $2\pi - \alpha$ ، پس مجموع این مقادیر $\pi + \alpha + 2\pi - \alpha = 3\pi$ است.



۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر θ زاویه‌ای در ربع اول یا دوم و

$\sin \theta = \frac{1}{4}$ باشد، جواب‌های معادله در فاصله‌های 2π تا 3π ، به صورت

$2\pi + \theta$ و $2\pi + \pi - \theta$ هستند که مجموع آن‌ها $2\pi + \theta + 2\pi + \pi - \theta = 5\pi$ خواهد بود.

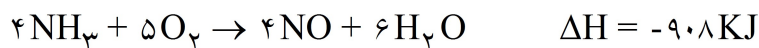
۱۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $\sin \pi x$ ، $\sin \pi y$ مستقل از یکدیگرند و بیشترین مقدار هر کدام برابر ۱ می‌باشد پس بیشترین مقدار مجموع آن‌ها عدد ۲ است.

۱۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای دو محلول و محلول اولیه خواص چگالی، ظرفیت گرمایی ویژه، غلظت، رنگ، نقطه جوش‌ها و فشار بخار شرقی بوده و ثابت هستند. ظرفیت گرمایی مقداری بوده و با تغییر مقدار ماده تغییر می‌کند.

۱۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون واکنش در دمای پایین خودبه‌خودی است پس $\Delta H < 0$ و $\Delta S < 0$ خواهد بود بنابراین مطابق رابطه $\Delta G = \Delta H - T\Delta S$ ، ΔH منفی و بزرگ و $-T\Delta S$ مثبت و کوچک خواهد بود تا $\Delta G < 0$ باشد. یعنی از نظر مقداری ΔH از $T\Delta S$ بزرگ‌تر خواهد بود و از طرفی مقدار $T\Delta S$ نیز از ΔS بیش‌تر می‌شود.

$$\Delta H > T\Delta S > \Delta S$$

۱۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$-90.8 \text{ KJ} = [(4 \times \Delta H_{\text{تشکیل}}(\text{NO})) + (6 \times -245 \text{ KJ})] - [(4 \times -46 \text{ KJ})]$$

$$\Delta H_{\text{تشکیل}}(\text{NO}) = \frac{-90.8 \text{ KJ} + 1286 \text{ KJ}}{4 \text{ mol}} = \frac{378 \text{ KJ}}{4 \text{ mol}} = +94.5 \text{ KJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

۱۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. موارد اولی و آخری درست و دو مورد دیگر نادرست است.

دلیل نادرستی مورد دوم:

در واکنش $\text{N}_2(\text{g}) + 3\text{H}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{NH}_3(\text{g})$ تعداد مول گاز تغییر کرده و $w \neq 0$ است. پس $\Delta E \neq \Delta H$ می باشد.

دلیل نادرستی مورد سوم: واکنش مذکور به روش تجربی و به طور مستقیم قابل انجام نیست.

۱۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$q = 1000 \times 4/2 \times 10 = 42000 \text{ J} = 42 \text{ kJ}$$

$$1 \text{ mol SO}_3 = 80 \text{ g} \Rightarrow 42 \text{ kJ} \times \frac{80 \text{ g SO}_3}{132 \text{ kJ}} \simeq 25/5 \text{ g SO}_3$$

۱۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در یک ظرف سربسته که تا نیمه آب دارد، اگر قطعه یخی بیندازیم، یک سامانه ی سه فازی (هوا - آب - یخ) خواهیم داشت.

۱۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برخی حلال ها که دو قسمت قطبی و ناقطبی دارند می توانند چربی را در خود حل کرده و خود نیز در آب حل شوند (گزینه ی یک) بر پایه قانون هنری در دمای ثابت انحلال پذیری گازها با فشار ارتباط مستقیم دارد (گزینه ی دو) اوکتان و دکان ناقطبی بوده و در آب (حلال قطبی) حل نمی شوند.

$$160 = \text{حل شونده } 60 \text{ g} + \text{حلال } 100 \text{ g} = \text{جرم محلول در } 60^\circ \text{C}$$

$$140 = \text{حل شونده } 40 \text{ g} + \text{حلال } 100 \text{ g} = \text{جرم محلول در } 28^\circ \text{C}$$

$$160 - 140 = 20 \text{ g} \Rightarrow \frac{160 \text{ g}}{20 \text{ g}} = \frac{20 \text{ g}}{x} \Rightarrow x = 2/5 \text{ گرم}$$

۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۱۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. یون های SO_4^{2-} حاصل از Na_2SO_4 با BaCl_2 واکنش داده و رسوب تولید می کند. بنابراین:

$$? \text{ mol Na}_2\text{SO}_4 = \text{mol SO}_4^{2-} = 1/165 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol BaSO}_4}{233 \text{ g}} = 5 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

غلظت یون SO_4^{2-} و Na_2SO_4 در ۱۰۰ mL و ۲۰۰ mL از این محلول با هم برابر است.

$$200 \text{ mL در Na}_2\text{SO}_4 \times \text{H}_2\text{O غلظت} = \frac{3/22}{142 + 18x} \times \frac{1}{0/2 \text{ L}} = \frac{3/22}{0/2(142 + 18x)}$$

$$100 \text{ mL در Na}_2\text{SO}_4 \text{ غلظت} = \frac{5 \times 10^{-3} \text{ mol}}{0/1 \text{ L}} = 5 \times 10^{-2}$$

$$\frac{3/22}{0/2(142 + 18x)} = 5 \times 10^{-2} \Rightarrow 3/22 = 1/42 + 0/18x \Rightarrow x = 10$$

۲۰- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} ۴۰\% \text{ محلول} = ۲۰۰ \text{ gr} \times \frac{۴۰}{۱۰۰} = ۸۰ \text{ gr} \\ ۷۰\% \text{ محلول} = ۳۰۰ \text{ gr} \times \frac{۷۰}{۱۰۰} = ۲۱۰ \text{ gr} \end{array} \right\} ۲۱۰ + ۸۰ = ۲۹۰$$

$$\text{درصد جرمی کل} = ۲۹۰ \frac{\text{gr}}{۵۰۰} \times ۱۰۰ = ۵۸\%$$